УДК 681.51

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЙ ИЗБЫТОЧНОЙ РАЗМЕРНОСТИ ДЛЯ АВТОНОМИЗАЦИИ УПРАВЛЯЕМЫХ ВЫХОДОВ МНОГОМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ

А.М. Малышенко

Томский политехнический университет
E-mail: mam@tpu.ru

Систематизированы сведения о влиянии управлений избыточной размерности на автономизируемость выходов стационарных линейных динамических объектов, предложены алгоритмы синтеза обеспечивающих подобный эффект прекомпенсаторов и обратных связей по состоянию и выходу.

Введение

Проблема автономного (независимого) управления составляющими управляемого выхода объекта относится к числу особо важных в практическом плане задач при синтезе систем автоматического управления (САУ), пожалуй, для большинства многомерных по выходу объектов управления. Она нашла свое отражение во многих публикациях, в том числе и монографиях, в частности в [1–4].

Более детально проработаны вопросы автономизации для линейных стационарных многомерных объектов. Чаще всего ставятся и решаются задачи автономизации (развязки) каждого из выходов объекта, причем не обладающего избыточной размерностью m вектора управления (ИРВУ). В связи с недостижимостью в принципе подобного решения для многих объектов указанного типа, эта задача модифицирована в более общую задачу построчной развязки, определяемую как задача Моргана [5, 6], когда для объекта с p выходами необходимо определить p множеств из $m \geq p$ управлений и соответствующий закон управления, при которых каждое из множеств влияет только на один выход. Тем самым решение определяется в классе САУ с избыточной размерностью вектора управления по сравнению с размерностью вектора управляемых переменных.

Наряду с вышеуказанными постановками, задачи автономизации сформулированы и как задачи *поблочной автономизации* (развязки), когда обеспечивается независимость лишь между выходными координатами, входящими в разные их блоки, но не внутри этих блоков (групп), а также каскадной автономизации. В последнем случае зависимость выходных координат между собой носит «цепочный» характер (каждая последующая зависит только от предыдущих, но не последующих в установленном для них ряде). И в этих случаях решение задач автономизации часто требует избыточности в размерности вектора управления по сравнению с числом управляемых переменных.

Условия разрешимости задач автономизации

Решения задач автономизации обычно находятся в классе линейных прекомпенсаторов либо линейных статических или динамических обратных связей, причем для этих целей применяется как аппарат передаточных матриц (чаще всего), так и методы пространства состояний, структурный [2, 7] и геометрический [1, 5, 8] подходы. Два последних

подхода удачно дополняют первые, так как фактически только с их помощью удалось установить большинство известных условий разрешимости задач автономизации [5], дать более глубокие интерпретации их решений.

При использовании для автономизации (развязки) выходов линейного многомерного объекта *прекомпенсатора*, т. е. регулятора, реализующего жесткое управление в функции задания $\mu(t)$ без обратной связи, его передаточная матрица $W_у(s)$ выбирается из условия

$$W_ж(s) = W_о(s) \cdot W_у(s), \quad (1)$$

где $W_0(s)$ – передаточная матрица объекта управления, а $W_ж(s)$ – желаемая передаточная матрица синтезируемой системы, удовлетворяющая условиям ее развязки по выходам.

Используемой для этих целей линейной статической обратной связи соответствует алгоритм управления

$$u(t) = F\,x(t) + G\,\mu(t), \quad (2)$$

а динамической –

$$u(s) = F(s)x(s) + G\,\mu(s). \quad (3)$$

Указанные обратные связи реализуемы как с регулярным (матрица G обратима), так и с нерегулярным преобразованием задания $\mu(t)$ системы.

Согласно [1] вышеуказанные динамические обратные связи могут быть определены как частный случай динамических расширений, дополняющих объект, описываемый системой уравнений в форме «вход-состояние-выход» вида

$$\dot{x}(t) = A\,x(t) + B\,u(t),$$
$$y(t) = C\,x(t),$$

(далее условно обозначаемой как $\Sigma_0(C,A,B)$), банком интеграторов в контурах обратных связей по компонентам вектора состояния и во входных цепях. При этом алгоритм управления можно представить в виде [5]

$$\begin{bmatrix} u(t) \\ u_a(t) \end{bmatrix} = F_p \begin{bmatrix} x(t) \\ x_a(t) \end{bmatrix} + G_p\,\mu(t),$$

где $\dot{x}_a(t) = u_a(t)$, или обобщенным операторным уравнением

$$u(s) = F(s)\;x(s) + G(s)\,\mu(s).$$

Управление объектом с моделью вида по алгоритму (2) дает итоговую передаточную матрицу системы

$$W_c(s) = C(sI - (A + BF(s)))^{-1}BG =$$
$$= W_о(s) \cdot (1 - F(s)(sI - A)^{-1}B)^{-1}G = W_о(s) \cdot H(s), \quad (4)$$

где $W_о(s)=C(sI–A)^{-1}B$ и $H(s)$ – соответственно, передаточные матрицы объекта и прекомпенсатора, эквивалентного по эффекту обратной связи; I – единичная матрица размерности $n \times n$.

Используемое в геометрическом подходе каноническое преобразование Морза g=(T,F,G,R,S) с обратимыми T,G,S передаточной матрицы $W_о(s)$ объекта $\Sigma_0(C,A,B)$

$$(A,\,B,\,C) \overset{g}{\rightarrow} (T^{-1}(A + BF + RC)T, T^{-1}BG, SCT)$$

сводит $W_0(s)$ к ее бикаузальным преобразованиям слева и справа вида

$$W_о(s) \rightarrow B_1(s) \cdot W_о(s) \cdot B_2(s), \quad (5)$$

где $B_1(s) = S[I + C(sI - A - BF)^{-1}R]^{-1};$

$$B_2(s) = [I - F(sI - A)^{-1}B] \cdot G.$$

Из (4) и (5) следует, что регулярные статическая (2) и динамическая (3) обратные связи могут интерпретироваться как бикаузальные прекомпенсации, т. е. могут быть заменены эквивалентными им по эффекту бикаузальными прекомпенсаторами. По отношению ко второй справедливо и обратное утверждение, однако бикаузальный прекомпенсатор $H(s)$ реализуем согласно [9] в виде эквивалентной линейной статической обратной связи лишь для объекта с $W_0(s)$ минимальной реализации, причем тогда и только тогда, когда $W_о(s)$ и $H^{-1}(s)$ – полиномиальные матрицы.

Из (5) можно также сделать вывод, что бикаузальные прекомпенсаторы и соответствующие им регулярные статическая и динамическая обратные связи не могут изменить структуру системы на бесконечности и обусловленные ею свойства, в частности минимальные инерционности (запаздывания) автономных каналов управления. Эти изменения могут быть достигнуты лишь в классе нерегулярных алгоритмов управления.

Условия разрешимости задач автономизации связаны со структурными свойствами управляемых объектов, описываемыми их списками инвариантов. Причем, необходимый для этого набор определяется тем, какой алгоритм (компенсатор) планируется использовать для этих целей. Согласно [5] для определения реализуемых развязывающих динамических обратных связей достаточно информации о вход-выходной структуре объекта, заложенной в его передаточной матрице или в минимальной части описания в пространстве состояний. Разрешимость этой задачи с использованием статической обратной связи по состоянию устанавливается по внутренней структуре объекта управления, в частности на основе исследования его системных матриц Розенброка или Кронекера [2] или канонической декомпозиции Морза [7].

Построчно развязывающий выходы объекта *прекомпенсатор* согласно [5] может быть определен из (1) тогда и только тогда, когда $m \geq p$, а матрицы $[W_о(s) \vdots W_ж(s)]$ и $W_о(s)$ имеют одинаковую структуру формы Смита–Макмиллана на бесконечности.

Если передаточная матрица объекта имеет полный строчный ранг (необходимое условие построч-

ной развязки, обеспечиваемое лишь при $m \geq p$), то развязку может обеспечить прекомпенсатор с передаточной матрицей

$$W_n(s) = s^{-k} \cdot W_n^{\text{об}}(s),$$

где $W_n^{\text{об}}(s)$ – обратная справа к $W_0(s)$ матрица, а k – такое целое число, которое делает $W_n(s)$ собственной матрицей.

В [9] доказано, что развязка с помощью регулярной статической обратной связи (2) возможна тогда и только тогда, когда возможна развязка с помощью регулярной динамической обратной связи (3). В свою очередь, согласно [10], последнее возможно тогда и только тогда, когда бесконечная структура передаточной матрицы объекта является объединением бесконечных структур ее строк.

Регулярность обратных связей фактически предполагает отсутствие у объекта избыточности в размерности вектора управления ($m=p$). Поэтому, если развязка в этом случае не достижима, а управляемый объект имеет потенциальную ИРВУ, то для достижения автономности управления каждой из выходных величин целесообразно воспользоваться этой избыточностью либо какими-то конструктивными изменениями объекта управления предварительно добиться у него ИРВУ. Следует также иметь в виду, что и в ситуациях, когда $m>p$, регулярная обратная связь может не привести к желаемому результату, в то время как в классе нерегулярных прекомпенсаторов или тех же обратных связей он может быть получен. Например, у объекта с передаточной матрицей

$$W_0(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{Ts+1} & \dfrac{1}{s^2} & 0 \\ \dfrac{1}{s} & 0 & \dfrac{1}{s^2} \end{bmatrix}$$

выходы не развязываемы с помощью регулярных обратных связей, но развязываемы *статическим прекомпенсатором* с передаточной матрицей

$$H(s) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Нерегулярным обратным связям соответствуют просто каузальные (строго собственные) прекомпенсаторы. Поэтому образуемые ими с объектом управления системы в общем случае не будут сохранять на бесконечности структуру управляемого объекта. Этим, в частности, можно воспользоваться для обеспечения устойчивости синтезируемой системы. Напомним, что еще в [11] было доказано, что с помощью регулярной обратной связи развязка и устойчивость системы могут быть одновременно достигнуты тогда и только тогда, когда у объекта не существует *неустойчивых инвариантных нулей* взаимосвязи. Последними называют такие инвариантные нули $\Sigma_0(C,A,B)$, которые не являются одновременно и инвариантными нулями строчных подсистем $\Sigma_i(C,A,B)$. Здесь c_i, $i \in \overline{1,p}$ – i-я строка матрицы C объекта. Эти нули по условиям развязки обусловливают ограничения на выбор полюсов синтезируемой системы. При этом множество фиксированных (не допускающих произвольного назначения) полюсов развязанной по выходам системы должно обязательно включать все инвариантные нули взаимосвязи.

Таким образом, алгоритм управления в случае правых инвариантных нулей взаимосвязи в объекте необходимо выбирать из условия, что он способен будет внести необходимую по условиям устойчивости коррекцию в структурные свойства системы. Таковыми, как показано выше, и могут быть алгоритмы с нерегулярной обратной связью, реализуемые фактически в классе систем с ИРВУ.

Полного решения задачи развязки с помощью обратной связи для объектов с правыми инвариантными нулями взаимосвязи до сих пор не получено. В частности, для ее реализации со статической обратной связью необходимо, как следует из [5], сделать структуру максимального подпространства управляемости, содержащегося в Ker$C$, достаточно богатой для возрастания бесконечной структуры до списка существенных порядков объекта. Последние характеризуют степень зависимости на бесконечности между отдельными выходами и всеми остальными и могут быть вычислены по формуле:

$$n_{ie} = \sum_{i=1}^{p} n_i - \sum_{i=1}^{p-1} n_i. \qquad (6)$$

Здесь n_i – порядок бесконечного нуля системы s_i в форме Смита–Макмиллана передаточной матрицы объекта. Первая сумма в (6) определяется для системы $\Sigma_0(C,A,B)$ в целом, а вторая – для $\Sigma(C_i,A,B)$, где C_i – матрица C без i-й строки. Указанные здесь существенные порядки определяют минимальную бесконечную структуру, которая может быть получена у развязанной системы.

Для динамической нерегулярной обратной связи в [12] установлено лишь условие развязки, сводящееся к тому, что избыточность размерности вектора управления ($m-p$) должна быть больше или равна дефициту столбцового ранга в бесконечности матрицы интерактора $W_0(s)$, а последняя должна иметь полный строчный ранг. Указанный *интерактор передаточной матрицы* объекта $W_0(s)$ – это матрица, обратная к эрмитовой форме $W_0(s)$. Попутно заметим, что i-й *существенный порядок* объекта может быть определен через интерактор его передаточной матрицы и равен полиномиальной степени его i-го столбца.

Выводы

Общих решений для синтеза алгоритмов управления в классе САУ с ИРВУ даже для линейных объектов, которые обеспечивают автономизацию

их выходов, до сих пор не получено. Использование управлений избыточной размерности при решении задач построчной развязки (автономизации выходов) объекта является фактически необходимым условием в тех случаях, когда управляемый объект не удовлетворяет условиям разрешимости этой задачи в классе бикаузальных прекомпенсаторов и соответствующих им обратных связей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уонэм М. Линейные многомерные системы управления. – М.: Наука, 1980. – 375 с.
2. Rosenbrock H.H. State-space and multivariable theory. – London: Nelson, 1970. – 257 p.
3. Мееров М. В. Исследование и оптимизация многосвязных систем управления. – М.: Наука, 1986. – 233 с.
4. Малышенко А.М. Системы автоматического управления с избыточной размерностью вектора управления. – Томск: Изд-во Томского политехн. ун-та, 2005. – 302 с.
5. Commault C., Lafay J.F., Malabre M. Structure of linear systems. Geometric and transfer matrix approaches // Cybernetika. – 1991. – V. 27. – № 3. – P. 170–185.
6. Descusse J., Lafay J.F., Malabre M. Solution of Morgan's problem // IEEE Trans. Automat. Control. – 1988. – V. AC-33. – P. 732–739.
7. Morse A.S. Structural invariants of linear multivariable systems // SIAM J. Control. – 1973. – № 11. – P. 446–465.
8. Aling H., Schumacher J.M. A nine fold canonical decomposition for linear systems // Int. J. Control. – 1984. – V. 39. – P. 779–805.
9. Hautus M.L.J., Heymann H. Linear feedback. An algebraic approach // SIAM J. Control. – 1978. – № 16. – P. 83–105.
10. Descusse J., Dion J.M. On the structure at infinity of linear square decouplable systems // IEEE Trans. Automat. Control. – 1982. – V. AC-27. – P. 971–974.
11. Falb P.L., Wolovich W. Decoupling in the design and synthesis of multi-variable systems // IEEE Trans. Automat. Control. – 1967. – V. AC-12. – P. 651–669.
12. Dion J.M., Commault C. The minimal delay decoupling problem: feed-back implementation with stability // SIAM J. Control. – 1988. – № 26. – P. 66–88.

УДК 681.511.4